NOMBRE: Andrés Plass Caussade                                   PUNTAJE: /

Nº LISTA: 59


Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación


IIC2223 — Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales — 2' 2021

**EXAMEN**

**Pregunta** 1

Como $L_1$ y $L_2$ son lenguajes regulares, existen autómatas que lo definen.

Sean dos DFA para cada uno. $A_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_{01}, F_1)$

$A_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_{02}, F_2)$

Construiremos un $\epsilon$-NFA para $L_1 / L_2$:

$\mathcal{A}_3 = (Q_3, \Sigma, \Delta_3, I_0, F_0)$

- $Q_3 = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{malo}\}$ • $I_0 = q_{01}$ • $F_0 = F_2$.
- $\Delta_3 = \{(q,a,p) \mid \delta_1(q,a) = p\} \cup$ (transiciones de $A_1$)

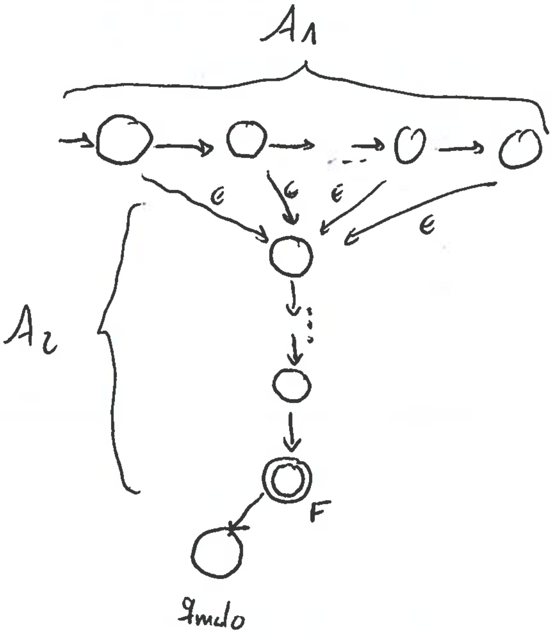
$\{(q,a,p) \mid \delta_2(q,a) = p\} \cup$ (transiciones de $A_2$)

$\{(q,\epsilon,p) \mid q \in Q_1 \wedge \cancel{p \in} \; p = q_{02}\} \cup$ (traspaso $\epsilon$ de $A_1$ a $A_2$)

$\{(q,a,p) \mid q \in F_2 \wedge p = q_{malo}\}$ (asegurar que no se quede en F)

Antes de demostrarlo, una breve explicación. El autómata de manera no determinista, lo que hará es leer $uv$. Partirá desde el autómata 1, y a cada avance del estado, de manera no determinista con $\epsilon$, pasará al autómata 2 (avanzando aún por el $A_1$). Entonces, avanzará por la palabra $u$, y a cada $u_i$ irá evaluando si aparece $v$. Si es que encuentra $v$, pero queda por ver, implica que no ha terminado, entonces usará la transición a $q_{malo}$ para asegurar de no quedarse en F. Así, avanzará y si al leer $u$, hace la transición al autómata 2, este leerá $v$ y terminará en uno de los F

De manera visual se ve de la siguiente forma:




(el F de A también podría ser final)

Si hasta acá lee $u$ y toma la $\epsilon$ transición y luego lee $v$, aceptará.

♣

PD) $\mathcal{L}(A_3) = L_1 / L_2$

$\mathcal{L}(A_3) \subseteq L_1 / L_2$

tenemos $w \in \mathcal{L}(A_3)$

Sea $w = a_1 \dots a_n$

~~Digamos que~~

Como $w \in \mathcal{L}(A_3)$, existe una ejecución de aceptación del autómata.

Una ejecución tendría que haber sido de la forma:

$$p: q_{01} \xrightarrow{a_1} \dots \xrightarrow{a_i} q_i \xrightarrow{\epsilon} q_{02} \xrightarrow{a_{i+1}} \dots \xrightarrow{a_n} q_f \quad q_f \in F_0 \ (o\ F_2).$$

Como todo lo leído después de la $\epsilon$-transición corresponden a transiciones definidas por el autómata $A_2$, implica que está leyendo un $v \in L_2$., luego, como es de aceptación, lo leído anterior a $\epsilon$-transición debe ser todo lo leído por el autómata $A_1$ antes de leer $v$. Y como es de aceptación, ésto debe ser $u$.

Luego, como $w = uv$, con $v \in L_1$ y $uv \in L_2$ (dado que es el mismo $v$) entonces $w \in L_1 / L_2$

Luego, $\mathcal{L}(A_3) \subseteq L_1 / L_2$

$L_1 / L_2 \subseteq \mathcal{L}(\mathcal{A}_3)$ ◇

Sea $w \in L_1 / L_2$.

Como pertenece a $L_1 / L_2$ lo podemos escribir de la forma $w = u v$, donde $uv \in L_1$ ~~y~~ $v \in L_2$.

Al ver el autómata, si empezamos a leer $uv$, sabemos que a cada paso saltará a leer lo leído por el segundo autómata, pero esto no será de aceptación. Como $uv \in L_1$, utilizando las transiciones que mantuvimos de $S_1$, leemos $u$. Luego, el autómata de manera no determinista, tomará la $\epsilon$-transición y como sabemos que $v \in L_2$, estamos seguros que llegará al estado final. Como este estado $\in F_3$, entonces la ejecución es de aceptación. $\therefore$ $w \in \mathcal{L}(\mathcal{A}_3)$

Entonces $L_1 / L_2 \subseteq \mathcal{L}(\mathcal{A}_3)$

$\therefore$ $\mathcal{L}(\mathcal{A}_3) = L_1 / L_2$.

♡

$L_1 | L_2 = \{ uv \in L_1 \mid v \in L_2 \}$

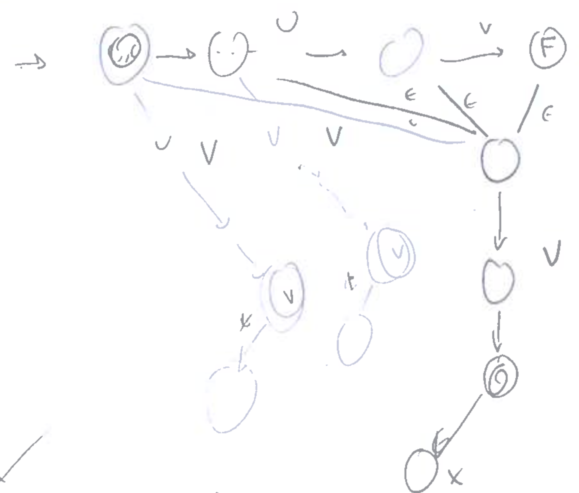
$L_1, L_2$ regulares entonces $L_1 | L_2$ regular.

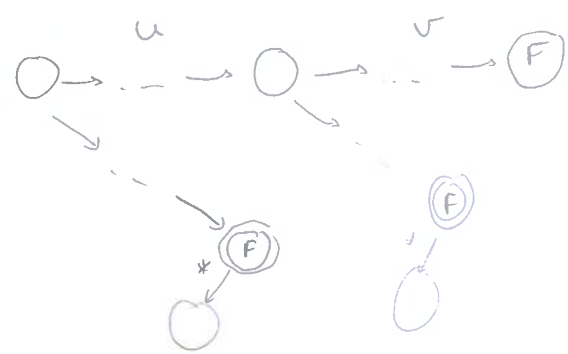
$uv \in L_1 \qquad v \in L_2$

$\rightarrow$ sufijos del 1.

autómata no determinista $Q_1 \rightarrow Q_2 \rightarrow Q_F$.

leer producto cruz. $Q_1 \times Q_2$




estados finales: todos los de $\Delta_2$

a todos los $Q_1$ le pegamos NFA $\Delta_2$.

~~Sean $L_1$~~ NFA $A_1 = (Q_1, \Sigma, \Delta_1, I_1, F_1)$

$A_2 (Q_2, \Sigma, \Delta_2, I_2, F_2)$

$\Delta = ((q, q'), a, (p, p'))$

~~$Q_3 = Q_1 \times Q_2$~~

~~$\Delta_3 = ((q, q'), a, (p, p') \mid (q, a, p) \in \Delta_1, (q', a, p') \in \Delta_2)$~~

$Q = Q \times Q$

$\delta((q, q'), a) = (\delta(q, a), \delta(q', a))$

$I_3 = I_1$

$\cup (($

pasaje NFA a 2

$Q_3 = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{malo}\}$

$\Delta_3 = ((q, a, p) \mid \Delta_1) \cup ((q, \epsilon, p) \mid q \in Q_1, p \in I_2)$

$\delta_1(q, a) = p \quad \cup ((q, a, p) \mid p = q_{malo}, q \in F_2)$

$\cup ((q, a, p) \mid \Delta_2)$

$\boxed{F_3 = F_2}$